



UTILIZAÇÃO DE WAVELETS PARA INFERIR A BATIMETRIA A PARTIR DE IMAGENS DE SATÉLITE SAR

Tiago Abreu ^{(1)*}, S. Fernández-Fernández ⁽²⁾, P. Baptista ⁽³⁾, Paulo A. Silva ⁽²⁾

⁽¹⁾ CESAM & Departamento de Engenharia Civil, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP-IPP), Rua Dr. António Bernardino de Almeida, 431, 4249-015 – Porto, Portugal. taa@isep.ipp.pt

⁽²⁾ CESAM e Departamento de Física, Universidade de Aveiro, Campus Universitário de Santiago, 3810-193 – Aveiro (Portugal). sandrafernandez@ua.pt e psilva@ua.pt

⁽³⁾ CESAM & Departamento de Geociências, Universidade de Aveiro, Campus de Santiago, 3810-193, Aveiro, Portugal. E-mail: renato.baganha@ua.pt

*Interlocutor: E-mail: taa@isep.ipp.pt

RESUMO

A deteção remota possibilita a recolha de uma vasta gama de informação sobre a superfície e atmosfera do planeta Terra. Esta informação tem aplicações nas mais diversas áreas como, por exemplo, geografia, planeamento, cartografia, geologia, meteorologia ou oceanografia. A determinação da topografia submersa (ou batimetria) de zonas costeiras a partir da técnica de deteção remota, especialmente para grandes áreas de cobertura ou zonas remotas, torna-se vantajosa face às técnicas tradicionais que se apresentam relativamente dispendiosas e demoradas quando comparadas com o atual acesso gratuito a diversos sensores de deteção remota.

Quando as ondas gravíticas se aproximam da linha de costa, com a redução da profundidade, existe uma assinatura diferente das ondas à superfície associada à sua transformação. Por exemplo, as ondas gravíticas tendem a refratar e alinhar-se paralelamente à linha de costa. Observa-se uma outra mudança significativa relacionada com a redução do seu comprimento de onda. Em termos físicos, reconhece-se que a aproximação das ondas gravíticas a zonas pouco profundas, traduzida pela alteração do comprimento da onda, está diretamente relacionada com a estrutura do fundo marinho. Desta forma, é possível inferir a batimetria tendo como base a deteção da variação do

comprimento de onda de uma imagem e/ou o processo de refração associado.

A partir da análise de imagens de satélite, nomeadamente da intensidade das sombras cinzentas da superfície oceânica, é possível distinguir padrões da superfície: tons mais claros (quase brancos) correspondem às cristas da onda e tons cinzentos, mais escuros, às cavas das ondas. Este sinal da imagem pode ser interpretado quantitativamente para detetar a variação do comprimento de onda ao longo da propagação da onda, permitindo estimar informação batimétrica.

Neste estudo, pretende-se testar e validar um conjunto de técnicas espectrais aplicadas a produtos SAR (Synthetic Aperture Radar), disponíveis gratuitamente, obtidos a partir da missão Sentinel-1-A. Como exemplo, é analisada uma imagem de satélite SAR da região de Aveiro, localizada na costa noroeste de Portugal. A data de aquisição da imagem de satélite é 17 de fevereiro de 2015, correspondendo a um dia com baixa intensidade de vento e condições de swell, permitindo este tipo de análise.

Para análise e caracterização da transformação das ondas é comum recorrer-se a técnicas matemáticas como a Transformada de Fourier. Contudo, os resultados obtidos pelo correspondente Espectro de Fourier têm sido questionados nos últimos anos por não



representarem adequadamente os processos não estacionários e não lineares associados à propagação de ondas em regiões de águas pouco profundas. Alternativamente à Transformada de Fourier, existem outras transformadas matemáticas que têm apresentado resultados interessantes por serem capazes de decompor as funções no domínio da frequência e do tempo. Neste trabalho emprega-se a Transformada por Ondulas (ou Wavelets), visando superar as limitações da Transformada de Fourier (FFT) no cálculo do comprimento de onda em águas pouco profundas. Embora esta metodologia esteja em estágio inicial, a técnica espectral aplicada parece fornecer uma boa resposta, corroborando e ampliando a área de aplicação de metodologias empregues em trabalhos anteriores desenvolvidos neste âmbito.

Palavras-chave: Imagens de satélite, batimetria, agitação marítima, comprimento de onda.

USING WAVELETS TO INFER BATHYMETRY FROM SAR SATELLITE IMAGERY

ABSTRACT

Remote sensing enables the collection of a wide range of information about the surface and atmosphere of planet Earth. This information has applications in several areas such as geography, planning, cartography, geology, meteorology and oceanography. The determination of the submerged topography (or bathymetry) of coastal zones from the remote sensing technique is advantageous to traditional techniques that are currently expensive and time consuming, especially for large coverage areas or remote areas.

When the waves propagate in coastal areas, with the reduction of the depth, they show a different signature at the sea surface associated to its transformation: the waves refract and tend to align parallel to the shoreline and their wavelength decreases. In physical terms, it is recognized that the approximation of waves to shallow areas, resulting in a change in the wavelength, is directly related to the seabed structure. In this way, it is possible to estimate bathymetry based on the detection of the wavelength variation.

Some satellite images show differences in the intensity of the surface grey shades, from which it is possible to

distinguish ocean surface patterns: the lighter tones (almost white) correspond to wave troughs and the darker grey tones refer to wave crests. The image signal can be interpreted quantitatively to detect the wavelength variation along the wave propagation, allowing to infer bathymetric information.

In this study we intend to test and validate a set of spectral techniques applied to SAR (Synthetic Aperture Radar) products, available free of charge, obtained from the SENTINEL-1 mission. As an example, a SAR satellite image of the region of Aveiro, located on the northwest coast of Portugal, is analysed. The date of acquisition of the satellite image is February 17, 2015, corresponding to a day with low wind intensity and swell conditions.

For the analysis and characterization of wave transformation, it is common to apply mathematical techniques such as the Fourier Transform. However, the results obtained with the Fourier Spectrum have been questioned in recent years because they do not represent non-stationary and non-linear processes, typical of wave propagation in shallow waters. Alternatively, to the Fourier Transform, there are other mathematical tools, which are able to decompose the functions in the frequency domain and the time domain. In this work, one makes use of the Wavelet Transform to overcome the limitations of the Fast Fourier Transform (FFT) in the wavelength computation. Although this methodology is at an early stage, the applied spectral technique seems to provide a good response to shallow water zones, corroborating and expanding the area of application of methodologies used in previous work developed in this scope.

Keywords: Satellite imagery, bathymetry, swell, wavelength.

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o aumento do nível do mar aumentou a vulnerabilidade das áreas costeiras, resultando em perda de território e danos significativos dos recursos naturais. Diante das mudanças climáticas e do aumento de eventos extremos em cidades costeiras que concentram a maioria da população, de



infraestruturas e de atividades económicas do mundo, torna-se imperativo efetuar um mapeamento de riscos e vulnerabilidades, avaliando a importância estratégica da sua preservação. Urge monitorizar a evolução do litoral e, em particular, a batimetria de uma zona costeira revela-se essencial para fins de planeamento, pois é um forte indicador de onde se deverão concentrar os esforços e recursos de proteção costeira em áreas mais críticas.

Tradicionalmente, os levantamentos batimétricos são obtidos a partir de métodos acústicos que se baseiam no tempo percorrido por um pulso sonar acústico. Neste método in-situ recorre-se ao disparo de um sinal acústico a bordo de um navio que atravessa a coluna de água até chegar ao fundo e regressa, sendo possível medir a profundidade a partir da velocidade do som na água, das características do sensor e o tempo de propagação do sinal, entre outros parâmetros.

Apesar de se identificar a precisão da informação obtida, o método pode ser dispendioso, demorado, inacessível em áreas remotas, ou em zonas de águas pouco profundas, e condicionado pelas condições climáticas (JAWAK et al., 2015). De facto, em costas altamente energéticas e arenosas, a morfologia do fundo pode sofrer rápidas mudanças aquando de tempestades, inviabilizando a utilização de embarcações e, conseqüentemente, das medições obtidas pela metodologia tradicional de levantamento batimétrico.

Alternativamente, os sistemas de Laser Aéreo de Varrimento (ALS) instalados a bordo de plataformas aéreas vulgarmente designados como Light Detection And Ranging (LIDAR) são sistemas capazes de medir a distância entre o sensor (distanciómetro laser) e o alvo, por intermédio da medição da diferença de fase entre o sinal transmitido e o recebido, ou por um mecanismo de pulsação. No primeiro caso, em que a distância é medida por diferença de fase, são utilizados

lasers que emitem continuamente um sinal e, no segundo caso, são utilizados lasers que emitem um sinal a uma cadência elevada embora não contínua. O sistema SHOALS pode ser considerado como um derivado do LIDAR para trabalhos de hidrografia. O sinal é enviado pelo sensor, sendo a maior parte refletida pela superfície da água. Uma segunda componente do sinal penetra na água, sendo refletida pelo fundo do mar. A diferença, em tempo, entre o retorno do impulso refletido pela superfície e o impulso refletido pelo fundo, corresponde à profundidade da água. Este sistema opera por varrimento de uma faixa paralela à trajetória do avião e está vocacionado para monitorizar a morfologia do fundo até uma profundidade de 30 m, dependendo das condições de turbidez da água. Diversos trabalhos têm sido realizados recorrendo a este sistema (ver por ex.: LILLYCROP e BANIC, 1992; ESTEP et al., 1994; IRISH e WHITE, 1998).

Assim, a observação da Terra a partir de plataformas aéreas ou de satélite tornara-se uma técnica apetecível para a monitorização de extensas áreas costeiras, superando algumas das desvantagens do método tradicional. Nos últimos anos, a utilização de dados obtidos por deteção remota tem tido diversas aplicações e, em particular, tem sido muito utilizada na monitorização da hidrodinâmica e da morfodinâmica de zonas costeiras (e.g., BRODIE et al., 2015; ALMEIDA et al., 2015).

Este trabalho visa melhorar a compreensão do comportamento das ondas gravíticas, que é extremamente importante para a previsão da hidrodinâmica costeira e para a correta caracterização da morfologia do fundo do mar utilizando imagens de SAR (Synthetic Aperture Radar), disponíveis gratuitamente, obtidas a partir da missão Sentinel-1 A. A possibilidade de desenvolver modelos batimétricos a partir de imagens de satélite é atualmente um método



promissor (e.g., KEARNS & BREMAN, 2010; BRUSCH et al., 2011; MISHRA et al., 2014). A tecnologia SAR permite derivar informações batimétricas de mudanças na superfície oceânica, com base na sua assinatura de rugosidade e altura (JAWAK et al., 2015). De facto, as imagens possibilitam a observação de todo um conjunto de transformações das ondas associadas à redução da profundidade. As ondas gravíticas tendem a refratar e alinhar-se paralelamente à linha de costa e verifica-se, igualmente, uma redução do seu comprimento de onda que está diretamente relacionada com a estrutura dos fundos. Esta forte correlação entre a mudança no comprimento de onda e a topografia subjacente torna possível estimar a batimetria a partir do comprimento de onda medido (PLESKACHEVSKY et al., 2011). Salienta-se que o sinal analisado pode ser não-linear e não-estacionário e a sua análise e o seu conhecimento representam, amiúde, um desafio para a modelação das ondas.

A análise espectral surge como uma ferramenta para apoiar a nossa compreensão e observar o comportamento das ondas geradas pelo vento. Comumente, a análise espectral mais utilizada é a Transformada de Fourier (FFT). Utilizando essa técnica, PEREIRA et al. (2019) aplicou um conjunto de algoritmos elaborados em Matlab para manipular imagens de SAR e obter informações sobre estimativas dos comprimentos de onda em vários pontos de uma área de estudo. Em seguida, utilizou-se a relação de dispersão linear para estimar a profundidade da água nessa área. Estes autores fizeram uma análise dos erros associados a este método em função da profundidade e da proximidade à terra. Por outro lado, reconhece-se que a FFT apresenta algumas limitações quando se trata de ondas não-lineares e não-estacionárias, típicas de águas intermédias e pouco profundas (e.g., ABREU et al., 2016). Desta forma, este estudo utiliza a Transformada por Ondulas (ou Wavelet), visando

superar limitações da Transformada Rápida de Fourier (FFT) no cálculo do comprimento de onda (e.g., MOURA, 2010; NEVES et al., 2012). A maior vantagem dessa técnica é que permite decompor o sinal estudado no domínio da frequência e do tempo. Para o efeito, é analisada uma imagem de satélite SAR da região de Aveiro, localizada na costa noroeste de Portugal. O sinal da imagem é interpretado quantitativamente, de forma a estimar da variação do comprimento de onda ao longo da propagação da onda.

MATERIAIS E MÉTODOS

A caracterização de um estado do mar é obtida através de determinados parâmetros, como a altura significativa das ondas, período de pico, período médio e direção principal. As imagens SAR fornecem uma visão sinótica do campo de ondas e mostram como os comprimentos de onda evoluem no espaço à medida que as ondas progridem das águas profundas para as águas pouco profundas (ver Figura 1). A partir da intensidade das sombras cinzentas da superfície da captura de imagens em tempo real, é possível distinguir os padrões da superfície do oceano. Os tons mais claros (quase brancos) correspondem às ondas e os tons cinzentos mais escuros referem-se às cristas das ondas, permitindo detetar a variação do comprimento de onda ao longo da propagação das ondas (PEREIRA et al., 2019). Verificam-se dois processos principais que influenciam a propagação das ondas da superfície sobre uma batimetria variável. Primeiro, observa-se que a refração faz com que as ondas acabem por se ir encurvando ao aproximarem-se da costa de modo a chegarem à praia numa direção quase perpendicular a ela. Segundo, o empolamento faz com que haja um aumento da altura da onda e uma redução do comprimento de onda à medida que a profundidade diminui.

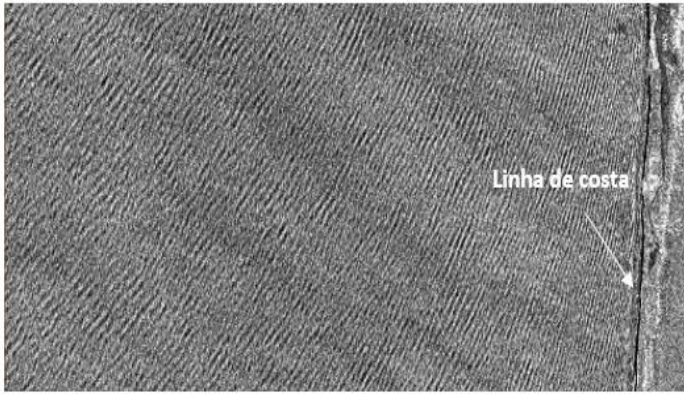


Figura 1. Reprodução de parte da imagem SAR 178a próximo da linha de costa.

A teoria das ondulas possui aplicações importantes nas mais diversas áreas das Ciências e Engenharia, representando um desenvolvimento recente e muito interessante da Matemática (CHUI, 1992). A teoria teve o seu início na década de 80, com o geofísico Jean Morlet que utilizou funções que oscilam, isto é, se comportam como ondas que respeitam determinadas propriedades matemáticas, como ferramenta para análise de dados sísmicos no seu trabalho em prospeção de petróleo. O desenvolvimento da teoria cativou para este novo tópico de investigação muitos especialistas em processamento de sinal (e.g., COHEN & RYAN, 1995), sendo atualmente utilizada para os mais diversos fins como, por exemplo, na decomposição multi-resolução de sinais (usada em visão por computador) ou códigos de duas bandas (usados em compressão de sinal sonoro ou imagem).

A imagem utilizada neste estudo foi a imagem SAR 178a, obtida em 17 de fevereiro de 2015, disponível em <https://scihub.copernicus.eu/>, correspondente a um dia com swell visível (altura significativa $H_s = 3.47$ m e período de pico $T_p = 14.05$ s), permitindo esse tipo de análise. Note-se que este é um dia com pouco vento (velocidade média de 1.62 m/s), já que o vento é um parâmetro importante porque cria tensão na superfície do oceano, deformando as características das ondas que

implicariam uma perda de rigor na análise das imagens. A Figura 2 localiza a nossa zona de estudo, compreendendo um setor da costa portuguesa da região de Aveiro. Este troço costeiro engloba uma secção que se estende desde a foz do rio Vouga e abrange o setor da laguna de Aveiro entre as praias da Barra e de Mira (Praia de Mira), correspondendo a um sistema costeiro de barreira arenosa (e.g., FERREIRA, 1993).

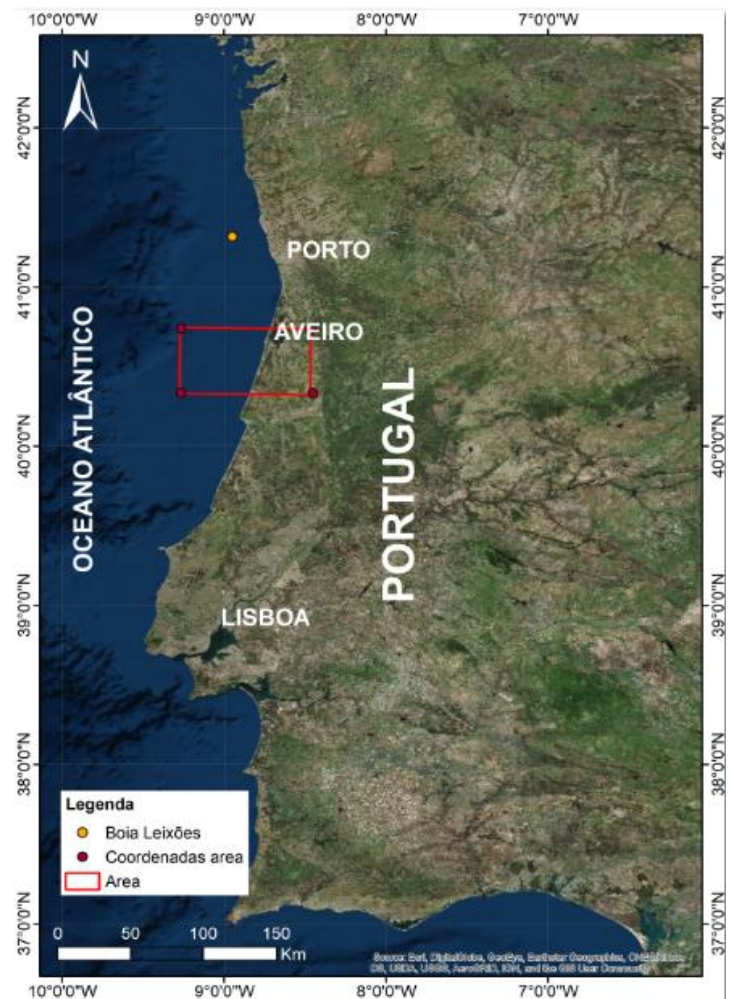


Figura 2. Localização da área de estudo.

A imagem SAR foi convertida numa matriz constituída por 2008 linhas e 3826 colunas (2008 × 3826). Cada valor da matriz corresponde à intensidade do tom cinza do pixel e cada pixel representa 10 metros de comprimento. A Figura 3 mostra o litoral da imagem selecionada (MATOS, 2017).

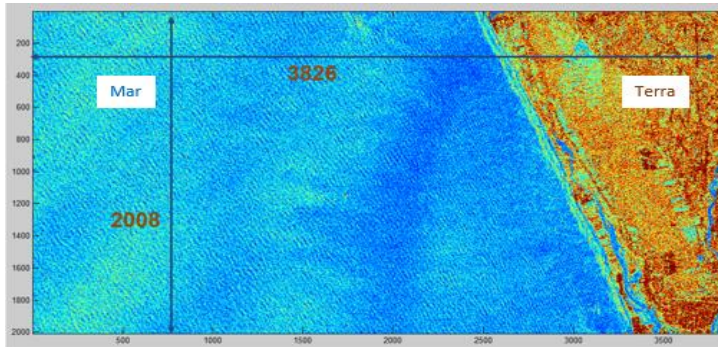


Figura 3. Zona de estudo correspondente à imagem SAR 178a.

Neste trabalho, a Transformada por Ôndula (Wavelet) foi aplicada ao longo de cada linha e coluna da imagem da matriz, a fim de estimar o comprimento de onda local. Então, usando a relação de dispersão linear, a abordagem usada para determinar a profundidade do leito marinho oceânico (h) atende ao conjunto de valores do comprimento de onda (L) e do comprimento de onda para águas profundas (L_0):

$$h = \operatorname{atanh}\left(\frac{L}{L_0}\right) \times \frac{L}{2\pi} \quad (1)$$

Quando a imagem da SAR foi capturada, a boia de onda direcional de Leixões (ver Figura 2) registou um período de pico $T_p = 14s$, resultando em $L_0 \approx 306$ m.

Como o sinal processado foi obtido a partir da leitura da matriz através de linhas e colunas, a metodologia aplicada neste trabalho fornece as componentes horizontal e vertical do comprimento de onda (L_x e L_y). A Figura 4 ilustra as cristas das ondas refratadas, esclarecendo como o comprimento de onda L pode ser calculado a partir do conhecimento das duas componentes.

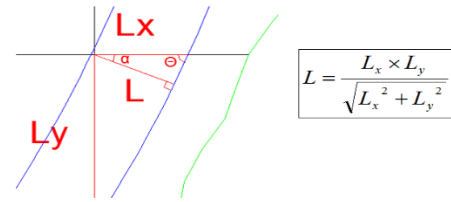


Figura 4. Obtenção do comprimento de onda L a partir das componentes L_x e L_y de ondas refratadas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 5 apresenta os resultados obtidos com a Transformada por Ôndula (Wavelet) para as linhas 1000 e 2000 da matriz a partir da análise da imagem de satélite. Na prática, os dados procuram detectar, nessa direção, um sinal de intensidade para os vários comprimentos de onda (ver painéis b e c). A maior intensidade, assinalada através de tons amarelos e vermelhos, caracteriza a variação espacial da componente de comprimento de onda L_x do mar para terra. As linhas de tendência foram marcadas através de linhas brancas ponteadas, através do ajuste de funções polinomiais que passam sobre a localização das energias mais altas para ambos os espectros. Ambas as figuras revelam que os valores dos comprimentos de onda estão evoluindo de forma espectável pois, quando a profundidade da água diminui, o valor $1/L_x$ aumenta, traduzindo-se numa redução de L_x à medida que nos aproximamos da linha de costa.

Análise similar foi realizada para as colunas da matriz para obtenção da componente L_y . A Figura 6 exemplifica os resultados para os espectros Wavelet para as colunas 1000 e 2400. No entanto, para esta análise, os resultados não fornecem linhas de tendência claras porque os valores máximos estão localizados principalmente entre os valores $1/L_y = 0,01$ e $1/L_y = 0,02$. Estes representam valores muito altos e são inesperados. Este tipo de resultados foi igualmente observado para outras colunas. Nota-se que a imagem

SAR foi analisada sem ter havido algum processo de filtragem prévio ao processamento de dados. De futuro, será interessante aplicar um filtro passa-baixo (por exemplo, filtro Butterworth) e só posteriormente fazer esse tipo de análises. Também poderá ser interessante explorar esta metodologia utilizando outro tipo de transformadas como, por exemplo, a de Hilbert-Huang que é aplicável a sinais não-linear e não-estacionário (e.g., MOURA, 2010; NEVES et al., 2012). Adicionalmente, o processamento de imagem aplicado por PEREIRA et al. (2019) pode ser adaptado para detetar um raio de onda e determinar, ao longo do caminho, a sua direção e comprimento de onda (e.g., PLESKACHEVSKY & LEHNER, 2011). É, portanto, possível combinar a técnica FFT com a Transformada por Ôndula (Wavelet). Dos resultados da FFT pode-se estimar a batimetria de águas intermédias (entre a zona de empolamento e de surf) e a análise por Transformada por Ôndula (Wavelet), diretamente aplicada ao sinal da curva da imagem obtida pelo raio de onda, permitiria complementar a batimetria para águas pouco profundas (entre a zona de surf e swash), como evidenciado no princípio ilustrado na Figura 7 (PLESKACHEVSKY & LEHNER, 2011). Nesse caso, a análise por Transformada por Ôndula (Wavelet) seria diretamente aplicada ao sinal da curva da imagem obtida pelo raio de onda, sem recorrer à análise por linhas ou colunas. A profundidade seria diretamente estimada a partir do comprimento de onda, sem haver necessidade de calcular as componentes L_x e L_y .

Embora esta metodologia esteja em estágio embrionário, a técnica espectral utilizada aparenta fornecer uma boa resposta a áreas de águas pouco profundas, corroborando e ampliando os resultados analisados previamente, para além do domínio obtido pela FFT.

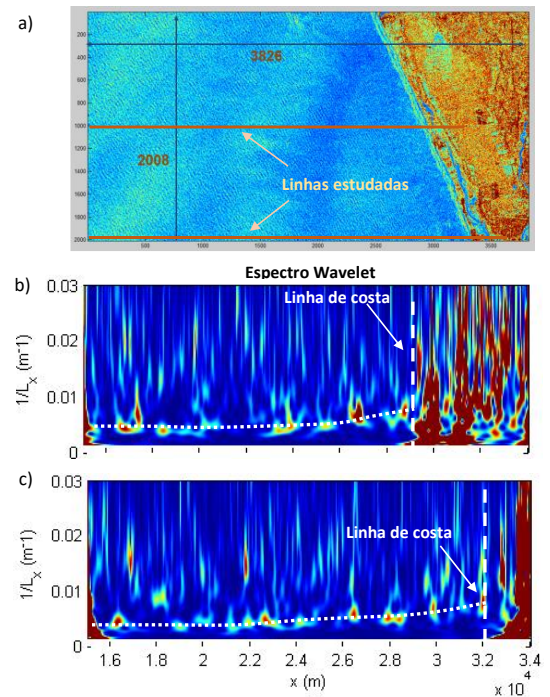


Figura 5. a) Domínio da imagem SAR e linhas selecionadas para a análise espectral do inverso de L_x ; b) resultados da Transformada Wavelet para a Linha 1000; c) resultados da Transformada Wavelet para a Linha 2000. As linhas a ponteadas assinalam a localização das maiores energias que determinam a posição do inverso da componente L_x .

CONCLUSÕES

A deteção remota pode ser utilizada na determinação da batimetria, tornando-se vantajosa face às técnicas tradicionais que, atualmente, se apresentam dispendiosas e demoradas. A disponibilidade de imagens de satélite SAR gratuitas possibilita o desenvolvimento de modelos batimétricos. As mudanças na superfície do oceano, baseadas em sua rugosidade e altura, estão diretamente ligadas à profundidade. Comumente, a Transformada Rápida de Fourier (FFT) é utilizada para avaliar os comprimentos de onda em vários pontos e, através da relação de dispersão linear, a profundidade da água é estimada. No entanto, como a FFT tem algumas limitações quando se trata de ondas não lineares e não estacionárias, este estudo analisa outra técnica



espectral em alternativa – a Transformada por Ôndula (Wavelet). Para o efeito, é analisado uma imagem SAR da região de Aveiro, localizada na costa noroeste de Portugal.

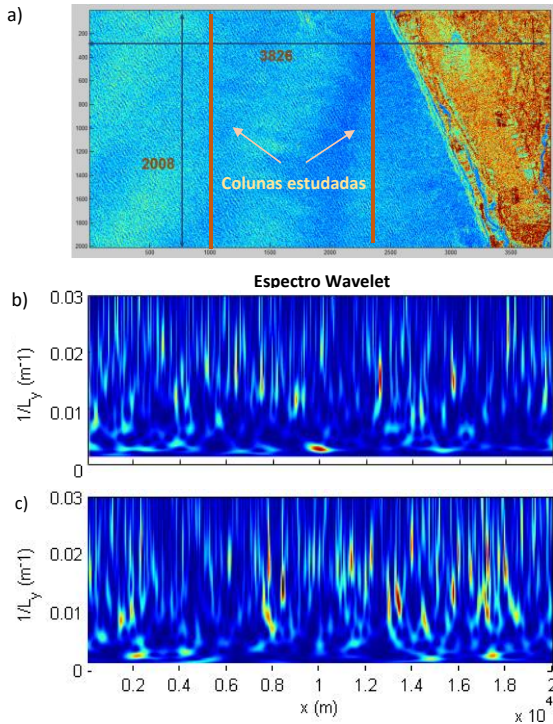


Figura 6. Domínio da imagem SAR e colunas seleccionadas para a análise espectral do inverso de L_y ; b) resultados da Transformada Wavelet para a Coluna 1000; c) resultados da Transformada Wavelet para a Coluna 2400.

O sinal da imagem é interpretado quantitativamente em termos do espectro Wavelet que permite detetar a variação espacial do comprimento de onda ao longo da propagação da onda. O sinal analisado procura detetar a distribuição da intensidade do sinal para diferentes comprimentos de onda. O sinal de imagem é interpretado para duas direções diferentes, representando duas componentes do comprimento de onda. Em relação à componente horizontal, L_x , a técnica adotada apresenta bons resultados, indiciando uma tendência de diminuição no comprimento de onda espectável à medida que nos aproximamos da linha de costa. Curiosamente, para a componente vertical do comprimento de onda, L_y , não se vislumbra uma tendência clara dos resultados, pelo que esse diferente comportamento merece ser investigado.

Embora esta metodologia esteja num estágio inicial, a análise espectral aplicada parece fornecer uma boa resposta a áreas pouco profundas, expandindo o domínio de resultados da FFT na zona de rebentação.

AGRADECIMENTOS

São devidos agradecimentos à FCT pelo apoio financeiro ao CESAM (UID/AMB/50017/2019) através de fundos nacionais e co-financiamento FEDER, dentro do Acordo de Parceria dos programas PT2020 e Compete 2020.

Este trabalho é uma contribuição para o projeto MarRISK: Adaptación costera ante el Cambio Climático: conocer los riesgos y aumentar la resiliencia (0262_MarRISK_1_E) financiado através do programa EP-INTERREG V A España-Portugal (POCTEP).

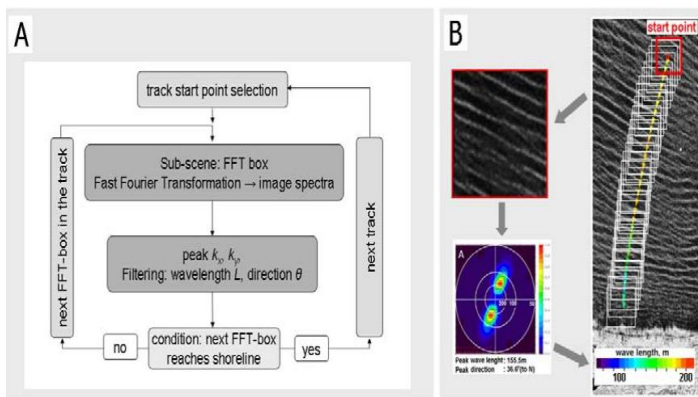


Figura 7. a) Algoritmo para rastrear o caminho associado ao raio de onda; b) exemplo de aplicação do método Pleskachevsky & Lehner, 2011 (PLESKACHEVSKY & LEHNER, 2011).



REFERÊNCIAS

- ABREU, T.; SILVA, P.A. & FERREIRA, C. 2016. SPECTRAL ANALYSIS OF NONLINEAR AND NONSTATIONARY WAVES USING DIFFERENT TECHNIQS. IN: 35TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON COASTAL ENGINEERING (ICCE2016), ANTÁLIA, TURQUIA.
- ALMEIDA, L.P.; MASSELINK, G.; RUSSELL, P. & DAVIDSON, M., 2015. OBSERVATIONS OF GRAVEL BEACH DYNAMICS DURING HIGH ENERGY WAVE CONDITIONS USING A LASER SCANNER. GEOMORPHOLOGY 228: 15–27.
- BRODIE, K.L.; RAUBENHEIMER, B; ELGAR, S; SLOCUM, R.K. & MCNINCH, J.E. 2015. LIDAR AND PRESSURE MEASUREMENTS OF INNER-SURFZONE WAVES AND SETUP. J. ATMOS. OCEAN. TECHNOL, 32: 1945–1959.
- BRUSCH, S.; HELD, P.; LEHNER, S.; ROSENTHAL, W. & PLESKACHEVSKY, A. 2011. UNDERWATER BOTTOM TOPOGRAPHY IN COASTAL AREAS FROM TERRASAR-X DATA. INTERNATIONAL JOURNAL OF REMOTE SENSING, 32 (16): 4527-4543.
- COHEN, A. & RYAN, R.D. 1995. WAVELETS AND MULTISCALE SIGNAL PROCESSING, 238P. DORDRECHT: SPRINGER. (ISBN 978-0-412-57590-7).
- CHUI, C.K. 1992. AN INTRODUCTION TO WAVELETS, 266P. ACADEMIC PRESS. (ISBN:0-12-174584-8)
- ESTEP, L.L., LILLYCROP, W.J., PARSON, L.E. 1994. ESTIMATION OF MAXIMUM DEPTH OF PENETRATION OF A BATHYMETRIC LIDAR SYSTEM USING A SECCHI DISK DATABASE. MARINE TECHNOLOGY SOCIETY JOURNAL 28(2): 31-36.
- FERREIRA, Ó. 1993. CARACTERIZAÇÃO DOS PRINCIPAIS FACTORES CONDICIONANTES DO BALANÇO SEDIMENTAR E DA EVOLUÇÃO DA LINHA DE COSTA ENTRE AVEIRO E O CABO MONDEGO. DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, UNIVERSIDADE DE LISBOA, 166P.
- IRISH, J.L., WHITE, T.E. 1998. COASTAL ENGINEERING APPLICATIONS OF HIGH-RESOLUTION LIDAR BATHYMETRY. COASTAL ENGINEERING, 35: 47-71.
- JAWAK, S.D.; VADLAMANI, S.S. & LUIS, A.J. 2015. A SYNOPTIC REVIEW ON DERIVING BATHYMETRY INFORMATION USING REMOTE SENSING TECHNOLOGIES: MODELS, METHODS AND COMPARISONS. ADVANCES IN REMOTE SENSING, 4: 147-162.
- KEARNS, T.A. & BREMAN, J. 2010. BATHYMETRY—THE ART AND SCIENCE OF SEAFLOOR MODELLING FOR MODERN APPLICATIONS. ESRI PRESS, 1-36.
- LILLYCROP, W.J. E BANIC, J.R. 1992. ADVANC.E.M.ENTS IN THE U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS HIDROGRAPHIC SURVEY CAPABILITIES: THE SHOALS SYSTEM. MARINE GEODESY, 15: 177-185.
- MATOS, J. 2017. ESTUDO DA HIDRODINÂMICA COSTEIRA COM RECURSO A DIFERENTES TÉCNICAS ESPECTRAIS. DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DO PORTO, 96P.
- MISHRA, M.K.; GANGULY, D.; CHAUHAN, P. & AJAI. 2014. ESTIMATION OF COASTAL BATHYMETRY USING RISAT-1 C-BAND MICROWAVE SAR DATA. IEEE GEOSCIENCE AND REMOTE SENSING LETTERS, 3 (11): 671-675.
- MOURA, T.G.R. 2010. APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG PARA O ESTUDO DE ONDAS MEDIDAS POR PUV. DISSERTAÇÃO DE MESTRADO, UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, 119P.
- NEVES, C.F.; MOURA, T.G.R. & FORTES, C.J. 2012. APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE



HILBERT-HUANG PARA CARACTERIZAÇÃO DA DINÂMICA COSTEIRA. PARTE 1: GRANDEZAS ESCALARES. RBRH - REVISTA BRASILEIRA DE RECURSOS HÍDRICOS, 17 (2), 143-156.

PEREIRA, P.; BAPTISTA, P.; CUNHA, T.; SILVA, P.A.; ROMÃO, S. & LAFON, V. 2019. ESTIMATION OF THE NEARSHORE BATHYMETRY FROM HIGH TEMPORAL RESOLUTION SENTINEL-1AC-BAND SAR DATA-A CASE STUDY. REMOTE SENSING OF ENVIRONMENT, 223, 166-178.

PLESKACHEVSKY A. & LEHNER S. 2011. ESTIMATION OF UNDERWATER TOPOGRAPHY USING SATELLITE HIGH RESOLUTION SYNTHETIC APERTURE RADAR DATA. IN: 4. TERRASAR-X SCIENCE TEAM MEETING, OBERPFAFFENHOFEN, ALEMANHA: 1-19.